

## 6.1

a) Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{8-2}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$$

$y$ -koordinaattien erotus jaetaan  
 $x$ -koordinaattien erotuksella.

Käytetään suoran pistettä  $(1, 2)$ .

Suora kulkee pisteen  $(1, 2)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $3$ .

Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 2 = 3(x - 1)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - 2 = 3x - 3 \quad | +2$$

$$y = 3x - 1$$

Suoran yhtälö on  $y = 3x - 1$ .

**b)** Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{-2-8}{3-(-2)} = \frac{-10}{5} = -2$$

$y$ -koordinaattien erotus jaetaan  
 $x$ -koordinaattien erotuksella.

Käytetään suoran pistettä  $(-2, 8)$ .

Suora kulkee pisteen  $(-2, 8)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $-2$ .

Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 8 = -2(x - (-2))$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - 8 = -2(x + 2)$$

$$y - 8 = -2x - 4 \quad | +8$$

$$y = -2x + 4$$

Suoran yhtälö on  $y = -2x + 4$ .

### **Vastaus**

**a)**  $y = 3x - 1$

**b)**  $y = -2x + 4$

## 6.2

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$\begin{aligned}k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\&= \frac{0 - 3}{8 - (-4)} \\&= -\frac{3}{12} \text{ (3)} \\&= -\frac{1}{4}\end{aligned}$$

$y$ -koordinaattien erotus jaetaan  
 $x$ -koordinaattien erotuksella.

Vaihtoehto c.

Vaihtoehto f.

Suora kulkee pisteen  $(-4, 3)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $-\frac{1}{4}$ .

Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 3 = -\frac{1}{4}(x - (-4))$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - 3 = -\frac{1}{4}(x + 4)$$

Vaihtoehto g.

$$y - 3 = -\frac{1}{4}x - 1 \quad | +3$$

$$y = -\frac{1}{4}x + 2$$

Vaihtoehto l.

**Vastaus**

c, f, g ja l

## 6.3

- a) Merkitään myyjien lukumäärää kirjaimella  $x$  ja myytyjen lippujen lukumäärää kirjaimella  $y$ . Suureen  $y$  riippuvuutta suuresta  $x$  kuvaa suora.

Annetuista tiedoista saadaan kaksi koordinaatiston pistettä.

Myyjien lukumäärä $x$	Myytyjen lippujen lukumäärä $y$	$(x, y)$
10	120	$(10, 120)$
30	200	$(30, 200)$

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{200 - 120}{30 - 10} = \frac{80}{20} = 4$$

$y$ -koordinaattien erotus jaetaan  
 $x$ -koordinaattien erotuksella.

Suoran kulmakerroin on 4.

- b) Suora kulkee pisteen  $(10, 120)$  kautta ja sen kulmakerroin on 4.

Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 120 = 4(x - 10)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja  $y$  CAS-laskimella.

$$y = 4x + 80$$

Suoran yhtälö on  $y = 4x + 80$ .

- c) Sijoitetaan suoran yhtälöön myytyjen lippujen lukumäärä  $y = 400$  ja ratkaistaan myyjien lukumäärä  $x$ .

$$y = 4x + 80$$

$$400 = 4x + 80$$

$$x = 80$$

Sijoitetaan  $y = 400$ .

Ratkaistaan CAS-laskimella.

Myyjiä pitää lähettää 80.

### Vastaus

a) 4

b)  $y = 4x + 80$

c) 80

## 6.4

- a) Merkitään jalan pituutta tuumina kirjaimella  $x$  ja kengännumeroa kirjaimella  $y$ . Suureen  $y$  riippuvuutta suureesta  $x$  kuvaa suora.

Annetuista tiedoista saadaan kaksi koordinaatiston pistettä.

Jalan pituus $x$	Kengännumero $y$	$(x, y)$
10	$7\frac{1}{2}$	$(10, 7\frac{1}{2})$
8	$1\frac{1}{2}$	$(8, 1\frac{1}{2})$

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{1\frac{1}{2} - 7\frac{1}{2}}{8 - 10} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$y$ -koordinaattien erotus jaetaan  
 $x$ -koordinaattien erotuksella.

Suora kulkee pisteen  $(8, 1\frac{1}{2})$  kautta ja sen kulmakerroin on 3.

Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 1\frac{1}{2} = 3(x - 8)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja  $y$

CAS-laskimella.

$$y = 3x - 22\frac{1}{2}$$

$$(y = 3x - 22,5)$$

Suoran yhtälö on  $y = 3x - 22,5$ .

b) Sijoitetaan suoran yhtälöön  $y = 6$  ja ratkaistaan  $x$ .

$$y = 3x - 22,5$$

$$6 = 3x - 22,5$$

$$x = 9,5$$

$$\left(x = 9\frac{1}{2}\right)$$

Sijoitetaan  $y = 6$ .

Ratkaistaan CAS-laskimella.

Jalan pituus on  $9\frac{1}{2}$  tuumaa.

c) Sijoitetaan suoran yhtälöön  $x = 7\frac{1}{2}$  ja ratkaistaan  $y$ .

$$y = 3x - 22,5$$

Sijoitetaan  $x = 7\frac{1}{2}$ .

$$= 3 \cdot 7\frac{1}{2} - 22,5$$

$$= 22,5 - 22,5$$

$$= 0$$

Kengännumero on 0.

### Vastaus

a)  $y = 3x - 22,5$

b)  $9\frac{1}{2}$

c) 0

## 6.5

Selvitetään ensin suoran yhtälö.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{2 - (-10)}{7 - 4} = \frac{2 + 10}{3} = \frac{12}{3} = 4 \qquad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen  $(7, 2)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $4$ .  
Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 2 = 4(x - 7) \qquad y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - 2 = 4x - 28 \qquad | + 2$$

$$y = 4x - 26$$

Suoran yhtälö on  $y = 4x - 26$ .

**a)** Tehtävänä on löytää luvut  $x$  ja  $y$ , jotka toteuttavat yhtälöparin

$$\begin{cases} y = 4x - 26 \\ y = x + 1. \end{cases}$$

Sijoitetaan  $y = 4x - 26$  toiseen yhtälöön ja ratkaistaan  $x$ .

$$4x - 26 = x + 1 \quad | -x + 26$$

$$3x = 27 \quad | : 3$$

$$x = 9$$

Sijoitetaan  $x = 9$  toiseen yhtälöön ja ratkaistaan  $y$ .

$$y = x + 1$$

Sijoitetaan  $x = 9$ .

$$= 9 + 1$$

$$= 10$$

Suorat leikkaavat pisteessä  $(9, 10)$ .

**b)** Jokaisen  $x$ -akselilla olevan pisteen  $y$ -koordinaatti on  $0$ .

Ratkaistaan suoran  $y = 4x - 26$  ja  $x$ -akselin leikkauspiste.

$$y = 4x - 26$$

Sijoitetaan  $y = 0$ .

$$0 = 4x - 26$$

$$26 = 4x \quad |:4$$

$$x = 6,5$$

Suora leikkaa  $x$ -akselin pisteessä  $(6,5; 0)$ .

### **Vastaus**

**a)**  $(9, 10)$

**b)**  $(6,5; 0)$

## 6.6

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$\begin{aligned}k &= \frac{-2-7}{-3-(-6)} \\&= \frac{-9}{-3+6} = -3\end{aligned}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen  $(-6, 7)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $-3$ .  
Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 7 = -3(x - (-6))$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - 7 = -3(x + 6)$$

$$y - 7 = -3x - 18 \quad | +7$$

$$y = -3x - 11$$

Suoran yhtälö on  $y = -3x - 11$ .

Piste on suoralla täsmälleen silloin, kun sen koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön.

**a)** Tutkitaan, toteuttaako piste  $(-16, 37)$  suoran yhtälön.

$$y = -3x - 11$$

Sijoitetaan  $x = -16$  ja  $y = 37$ .

$$37 = -3 \cdot (-16) - 11$$

$$37 = 48 - 11$$

$$37 = 37$$

tosi

Yhtälö toteutuu, joten piste  $(-16, 37)$  on suoralla.

**b)** Tutkitaan, toteuttaako piste  $(3, -19)$  suoran yhtälön.

$$y = -3x - 11$$

Sijoitetaan  $x = 3$  ja  $y = -19$ .

$$-19 = -3 \cdot 3 - 11$$

$$-19 = -9 - 11$$

$$-19 = -20$$

epätosi

Yhtälö ei toteudu, joten piste  $(3, -19)$  ei ole suoralla.

**Vastaus**

**a)** on

**b)** ei ole

## 6.7

Lasketaan suorien kulmakertoimet.

$$k_s = \frac{5-3}{2-(-2)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$k_t = \frac{3-0}{4-2} = \frac{3}{2}$$

Suora  $s$  kulkee pisteen  $(2, 5)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $\frac{1}{2}$ .

Muodostetaan suoran  $s$  yhtälö.

$$y - 5 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - 5 = \frac{1}{2}x - 1 \quad | +5$$

$$y = \frac{1}{2}x + 4$$

Suora  $t$  kulkee pisteen  $(2, 0)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $\frac{3}{2}$ .

Muodostetaan suoran  $t$  yhtälö.

$$y - 0 = \frac{3}{2}(x - 2)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{6}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}x - 3$$

Ratkaistaan yhtälöpari 
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 4 \\ y = \frac{3}{2}x - 3. \end{cases}$$

Sijoitetaan  $y = \frac{1}{2}x + 4$  toiseen yhtälöön ja ratkaistaan  $x$ .

$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{2}x + 4 & = & \frac{3}{2}x - 3 \\ x + 8 & = & 3x - 6 \\ -2x & = & -14 \\ x & = & 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} | \cdot 2 \\ | -3x - 8 \\ | : (-2) \end{array}$$

Sijoitetaan  $x = 7$  ensimmäiseen yhtälöön ja ratkaistaan  $y$ .

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x + 4 && \text{Sijoitetaan } x = 7. \\ &= \frac{1}{2} \cdot 7 + 4 \\ &= \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Suorat leikkaavat pisteessä  $(7, 7\frac{1}{2})$ .

**Vastaus**

$$(7, 7\frac{1}{2})$$

## 6.8

Merkitään vuoden sähkönkulutusta kirjaimella  $x$  (kWh) ja sähkölaskun suuruutta kirjaimella  $y$  (€). Suureen  $y$  riippuvuutta suuresta  $x$  kuvaa suora.

Annetuista tiedoista saadaan kaksi koordinaatiston pistettä.

Kulutus $x$ (kWh)	Sähkölasku $y$ (€)	$(x, y)$
6235	1093,96	(6235; 1093,96)
3502	793,22	(3502; 793,22)

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{793,22 - 1093,96}{3502 - 6235} \approx 0,11004$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen (6235; 1093,96) kautta ja sen kulmakerroin on noin 0,11004. Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 793,22 = 0,11004(x - 3502)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja  $y$

CAS-laskimella.

$$y \approx 0,11x + 407,86$$

Pyöristetään kahden desimaalin tarkkuuteen.

Suoran yhtälö on  $y = 0,11x + 407,86$ .

Kulmakerroin on kilowattitunnin hinta 0,11 €/kWh  
ja vakiotermi on perusmaksu 407,86 €/vuosi.

**Vastaus**

$$y = 0,11x + 407,86$$

Kulmakerroin on kilowattitunnin hinta 0,11 €/kWh  
ja vakiotermi on perusmaksu 407,86 €/vuosi.

## 6.9

Merkitään kirjaimella  $x$  päivän järjestysnumeroa syyskuun 1. päivästä alkaen ja kirjaimella  $y$  vuorokauden keskilämpötilaa ( $^{\circ}\text{C}$ ). Suureen  $y$  riippuvuutta suureesta  $x$  kuvaa suora.

Lokakuun 1. päivän järjestysnumero on 31.

Annetuista tiedoista saadaan kaksi koordinaatiston pistettä.

Vuorokausi $x$	Keskilämpötila $y$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$(x, y)$
1	14,0	(1; 14,0)
31	8,9	(31; 8,9)

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{8,9 - 14,0}{31 - 1} = -\frac{5,1}{30} = -0,17$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen (1; 14,0) kautta ja sen kulmakerroin on  $-0,17$ . Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 14,0 = -0,17(x - 1)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja  $y$   
CAS-laskimella.

$$y = -0,17x + 14,17$$

Suoran yhtälö on  $y = -0,17x + 14,17$ .

Terminen syksy alkaa, kun  $y = 10$  (°C). Ratkaistaan  $x$ .

$$10 = -0,17x + 14,17$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 24,5$$

Vuorokauden keskilämpötila on alle  $10$  °C syyskuun 25. päivänä.

**Vastaus**

25. syyskuuta

## 6.10

- a) Merkitään kuljettua matkaa kilometreinä kirjaimella  $x$  ja käytettyä aikaa minuutteina kirjaimella  $y$ . Suureen  $y$  riippuvuutta suuresta  $x$  kuvaa suora.

Muutetaan ajat minuuteiksi.

Matti:

$$35 \text{ km: } 2.35.00 = 2 \cdot 60 + 35 = 155 \text{ (min)}$$

$$40 \text{ km: } 2.56.00 = 2 \cdot 60 + 56 = 176 \text{ (min)}$$

Risto:

$$35 \text{ km: } 2.37.30 = 2 \cdot 60 + 37,5 = 157,5 \text{ (min)}$$

$$40 \text{ km: } 2.56.30 = 2 \cdot 60 + 56,5 = 176,5 \text{ (min)}$$

Matin matkaa kuvaava suora  $m$  kulkee pisteiden  $(35, 155)$  ja  $(40, 176)$  kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k_m = \frac{176 - 155}{40 - 35} = \frac{21}{5} = 4,2$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen  $(35, 155)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $4,2$ . Muodostetaan suoran  $m$  yhtälö.

$$y - 155 = 4,2(x - 35)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja  $y$   
CAS-laskimella.

$$y = 4,2x + 8$$

Riston matkaa kuvaava suora  $r$  kulkee pisteiden  $(35; 157,5)$  ja  $(40; 176,5)$  kautta.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k_r = \frac{176,5 - 157,5}{40 - 35} = \frac{19}{5} = 3,8$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen  $(35; 157,5)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $3,8$ . Muodostetaan suoran  $r$  yhtälö.

$$y - 157,5 = 3,8(x - 35)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja  $y$   
CAS-laskimella.

$$y = 3,8x + 24,5$$

- b)** Maratonjuoksun pituus  $x = 41,195$  (km). Lasketaan Matin ja Riston loppuajat.

Matti:

$$\begin{aligned} y &= 4,2 \cdot 41,195 + 8 \\ &= 185,219 \end{aligned}$$

Muutetaan aika tunneiksi, minuuteiksi ja sekunneiksi.

$$\begin{aligned} 185,219 \text{ min} &= 180 \text{ min} + 5 \text{ min} + 0,219 \text{ min} \\ &= 3 \text{ h} + 5 \text{ min} + 0,219 \cdot 60 \text{ s} \\ &\approx 3 \text{ h} + 5 \text{ min} + 13 \text{ s} \end{aligned}$$

Matin loppuaika on siis 3.05.13.

Risto:

$$\begin{aligned}y &= 3,8 \cdot 42,195 + 24,5 \\ &= 184,841\end{aligned}$$

Muutetaan aika tunneiksi, minuuteiksi ja sekunneiksi.

$$\begin{aligned}184,841 \text{ min} &= 180 \text{ min} + 4 \text{ min} + 0,841 \text{ min} \\ &= 3 \text{ h} + 4 \text{ min} + 0,841 \cdot 60 \text{ s} \\ &\approx 3 \text{ h} + 4 \text{ min} + 50 \text{ s}\end{aligned}$$

Riston loppuaika on siis 3.04.50.

- c) Risto ohittaa Matin suorien leikkauspisteessä. Muodostetaan ja ratkaistaan muuttujat  $x$  ja  $y$ .

$$\begin{cases} y = 4,2x + 8 \\ y = 3,8x + 24,5 \end{cases} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = 41,25 \text{ ja } y = 181,25$$

Risto ohittaa Matin 41,25 km:n kohdalla.

### Vastaus

- a) Matti  $y = 4,2x + 8$  , Risto  $y = 3,8x + 24,5$   
b) Matti 3.05.13, Risto 3.04.50  
c) 41,25 km:n kohdalla

## 6.11

- a) Lasketaan pisteiden  $(1, 3)$  ja  $(3, 7)$  kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{7-3}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen  $(1, 3)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $2$ .  
Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 3 = 2(x - 1)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - 3 = 2x - 2 \quad | +3$$

$$y = 2x + 1$$

Suoran yhtälö on  $y = 2x + 1$ .

- b) Lasketaan pisteiden  $(6, -2)$  ja  $(-9, 3)$  kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{3 - (-2)}{-9 - 6} = \frac{3 + 2}{-15} = \frac{5}{-15} = -\frac{1}{3} \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen  $(6, -2)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $-\frac{1}{3}$ .

Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - (-2) = -\frac{1}{3}(x - 6) \quad y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y + 2 = -\frac{1}{3}(x - 6)$$

$$y + 2 = -\frac{1}{3}x + 2 \quad | -2$$

$$y = -\frac{1}{3}x$$

Suoran yhtälö on  $y = -\frac{1}{3}x$ .

### Vastaus

a)  $y = 2x + 1$

b)  $y = -\frac{1}{3}x$

## 6.12

Selvitetään ensin pisteiden  $(5, -3)$  ja  $(-3, 21)$  kautta kulkevan suoran  $s$  yhtälö.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{21 - (-3)}{-3 - 5} = \frac{21 + 3}{-8} = -\frac{24}{8} = -3 \qquad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora  $s$  kulkee pisteen  $(5, -3)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $-3$ . Muodostetaan suoran yhtälö.

$$\begin{aligned} y - (-3) &= -3(x - 5) & y - y_0 &= k(x - x_0) \\ y + 3 &= -3x + 15 & & \\ y &= -3x + 12 & & \end{aligned}$$

Suoran  $s$  yhtälö on  $y = -3x + 12$ .

**a)** Suorat leikkaavat pisteessä, jonka koordinaatit toteuttavat yhtälöparin

$$\begin{cases} y = -3x + 12 \\ y = 2x - 8. \end{cases}$$

Sijoitetaan  $y = -3x + 12$  toiseen yhtälöön ja ratkaistaan  $x$ .

$$\begin{aligned} -3x + 12 &= 2x - 8 & | -2x - 12 \\ -5x &= -20 & | :(-5) \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Sijoitetaan  $x = 4$  toiseen yhtälöön ja ratkaistaan  $y$ .

$$\begin{aligned}y &= 2x - 8 \\&= 2 \cdot 4 - 8 \\&= 0\end{aligned}$$

Sijoitetaan  $x = 4$ .

Suorat leikkaavat pisteessä  $(4, 0)$ .

**b)** Suorat leikkaavat pisteessä, jonka koordinaatit toteuttavat yhtälöparin

$$\begin{cases} y = -3x + 12 \\ y = -9. \end{cases}$$

Sijoitetaan  $y = -9$  toiseen yhtälöön ja ratkaistaan  $x$ .

$$\begin{aligned}-9 &= -3x + 12 && | +3x + 9 \\3x &= 21 && | :3 \\x &= 7\end{aligned}$$

Sijoitetaan  $x = 7$  ensimmäiseen yhtälöön ja ratkaistaan  $y$ .

$$\begin{aligned}y &= -3x + 12 \\&= -3 \cdot 7 + 12 \\&= -9\end{aligned}$$

Sijoitetaan  $x = 7$ .

Suorat leikkaavat pisteessä  $(7, -9)$ .

### Vastaus

**a)**  $(4, 0)$

**b)**  $(7, -9)$

## 6.13

- a) Merkitään perunaerän painoa kilogrammoina kirjaimella  $x$  ja hintaa euroina kirjaimella  $y$ . Hinnan riippuvuus painosta on lineaarinen eli sitä kuvaa suora.

Annetuista tiedoista saadaan kaksi koordinaatiston pistettä.

Paino $x$ (kg)	Hinta $y$ (€)	$(x, y)$
50	24,50	$(50; 24,50)$
75	31,75	$(75; 31,75)$

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{31,75 - 24,50}{75 - 50} = \frac{7,25}{25} = 0,29 \qquad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen  $(50; 24,50)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $0,29$ . Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 24,50 = 0,29(x - 50)$$

$y - y_0 = k(x - x_0)$   
Ratkaistaan muuttuja  $y$   
CAS-laskimella.

$$y = 0,29x + 10$$

Hinnan  $y$  (€) riippuvuuden painosta  $x$  (kg) ilmaisee yhtälö  $y = 0,29x + 10$ .

- b) Sijoitetaan suoran yhtälöön perunoiden paino  $x = 30$  ja ratkaistaan hinta  $y$ .

$$y = 0,29x + 10$$

Sijoitetaan  $x = 30$ .

$$y = 0,29 \cdot 30 + 10$$

$$y = 18,70$$

30 kg perunoita maksaa siis 18,70 €.

- c) Sijoitetaan suoran yhtälöön perunoiden hinta  $y = 100$  (€) ja ratkaistaan perunoiden paino  $x$ .

$$y = 0,29x + 10$$

Sijoitetaan  $y = 100$ .

$$100 = 0,29x + 10$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 310$$

Kauppias sai sadalla eurolla 310 kg perunoita.

### Vastaus

a)  $y = 0,29x + 10$

b) 18,70 €

c) 310 kg

## 6.14

- a) Merkitään vuorokauden maksimilämpötilaa  $x$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) ja myytyjen jäätelöiden lukumäärää  $y$ . Myynnin riippuvuus lämpötilasta on lineaarinen eli sitä kuvaa suora.

Annetuista tiedoista saadaan kaksi koordinaatiston pistettä.

Lämpötila $x$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	Myydyt jäätelöt $y$	$(x, y)$
10	150	$(10, 150)$
15	230	$(15, 230)$

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{230 - 150}{15 - 10} = \frac{80}{5} = 16$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen  $(10, 150)$  kautta ja sen kulmakerroin on 16. Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 150 = 16(x - 10)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja  $y$

CAS-laskimella.

$$y = 16x - 10$$

Suoran yhtälö on  $y = 16x - 10$ .

**b)** Lasketaan  $y$ , kun  $x = 25$  ( $^{\circ}\text{C}$ ).

$$\begin{aligned}y &= 16x - 10 \\&= 16 \cdot 25 - 10 \\&= 390\end{aligned}$$

Sijoitetaan  $x = 25$ .

Jäätelöitä menee kaupaksi 390.

**Vastaus**

**a)**  $y = 16x - 10$

**b)** 390

## 6.15

Heikki on tehnyt toistuvan virheen sijoittaessaan pisteen  $(6, -2)$   $y$ -koordinaattia  $-2$ . Korjataan laskut.

Kulmakerroin:

$$\frac{1 - (-2)}{12 - 6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Yhtälö:

$$y - (-2) = \frac{1}{2}(x - 6)$$

$$y + 2 = \frac{1}{2}x - 3$$

$$y = \frac{1}{2}x - 5$$

## 6.16

Lasketaan pisteiden  $(-4, -3)$  ja  $(8, 0)$  kautta kulkevan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{0 - (-3)}{8 - (-4)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen  $(8, 0)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $\frac{1}{4}$ .

Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 0 = \frac{1}{4}(x - 8)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y = \frac{1}{4}x - 2$$

Suoran yhtälö on  $y = \frac{1}{4}x - 2$ .

Piste on suoralla täsmälleen silloin, kun sen koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön.

**a)** Tutkitaan, toteuttaako piste  $(32, 6)$  suoran yhtälön.

$$y = \frac{1}{4}x - 2$$

Sijoitetaan  $x = 32$  ja  $y = 6$ .

$$6 = \frac{1}{4} \cdot 32 - 2$$

$$6 = 8 - 2$$

$$6 = 6$$

tosi

Yhtälö toteutuu, joten piste  $(32, 6)$  on suoralla.

**b)** Tutkitaan, toteuttaako piste  $(-20, -7)$  suoran yhtälön.

$$y = \frac{1}{4}x - 2$$

Sijoitetaan  $x = -20$  ja  $y = -7$ .

$$-7 = \frac{1}{4} \cdot (-20) - 2$$

$$-7 = -5 - 2$$

$$-7 = -7$$

tosi

Yhtälö toteutuu, joten piste  $(-20, -7)$  on suoralla.

### **Vastaus**

**a)** on

**b)** on

## 6.17

Lasketaan suorien kulmakertoimet.

$$k_s = \frac{4-6}{7-2} = \frac{-2}{5} = -\frac{2}{5}$$

Suora kulkee pisteiden (2, 6)  
ja (7, 4) kautta.

$$k_t = \frac{-2-0}{-6-3} = \frac{-2}{-9} = \frac{2}{9}$$

Suora kulkee pisteiden (3, 0)  
ja (-6, -2) kautta.

Suora  $s$  kulkee pisteen (2, 6) kautta ja sen kulmakerroin on  $-\frac{2}{5}$ .

Muodostetaan suoran  $s$  yhtälö.

$$y - 6 = -\frac{2}{5}(x - 2)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - 6 = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5} \quad | +6$$

$$y = -\frac{2}{5}x + 6\frac{4}{5}$$

Suora  $t$  kulkee pisteen (3, 0) kautta ja sen kulmakerroin on  $\frac{2}{9}$ .

Muodostetaan suoran  $t$  yhtälö.

$$y - 0 = \frac{2}{9}(x - 3)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y = \frac{2}{9}x - \frac{6}{9}^{(3)}$$

$$y = \frac{2}{9}x - \frac{2}{3}$$

Suorat leikkaavat pisteessä, jonka koordinaatit toteuttavat molempien suorien yhtälöt. Tehtävänä on siis löytää luvut  $x$  ja  $y$ , jotka toteuttavat yhtälöparin

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{5}x + 6\frac{4}{5} \\ y = \frac{2}{9}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

Sijoitetaan  $y = -\frac{2}{5}x + 6\frac{4}{5}$  toiseen yhtälöön ja ratkaistaan  $x$ .

$$-\frac{2}{5}x + 6\frac{4}{5} = \frac{2}{9}x - \frac{2}{3}$$

Muutetaan sekaluku murtoluvuksi.

$$-\frac{2}{5}x + \frac{34}{5} = \frac{2}{9}x - \frac{2}{3}$$

Lavennetaan samannimisiksi.

$$-\frac{18}{45}x + \frac{306}{45} = \frac{10}{45}x - \frac{30}{45} \quad | \cdot 45$$

Kerrotaan nimittäjät pois.

$$-18x + 306 = 10x - 30 \quad | -10x - 306$$

$$-28x = -336 \quad | : 28$$

$$x = 12$$

Sijoitetaan  $x = 12$  toiseen yhtälöön ja ratkaistaan  $y$ .

$$y = \frac{2}{9}x - \frac{2}{3}$$

Sijoitetaan  $x = 12$ .

$$= \frac{2}{9} \cdot 12 - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{24}{9} - \frac{6}{9}$$

$$= \frac{18}{9}$$

$$= 2$$

Suorat leikkaavat pisteessä  $(12, 2)$ .

**Vastaus**

$(12, 2)$

## 6.18

- a) Merkitään lämpötilaa fahrenheitasteina kirjaimella  $x$  ja celsiusasteina kirjaimella  $y$ . Suureen  $y$  riippuvuutta suureesta  $x$  kuvaa suora.

Veden sulamispiste on  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  ja kiehumispiste  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Tiedoista saadaan kaksi koordinaatiston pistettä.

Fahrenheitasteet $x$	Celsiusasteet $y$	$(x, y)$
32	0	$(32, 0)$
212	100	$(212, 100)$

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{100 - 0}{212 - 32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen  $(32, 0)$  kautta ja sen kulmakerroin on  $\frac{5}{9}$ .

Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 0 = \frac{5}{9}(x - 32)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja  $y$

CAS-laskimella.

$$y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$$

Yhtälö on  $y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$ .

**b)** Lasketaan  $y$ , kun  $x = 102$  ( $^{\circ}\text{F}$ ).

$$\begin{aligned} y &= \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} \\ &= \frac{5}{9} \cdot 102 - \frac{160}{9} \\ &\approx 38,9 \text{ } (^{\circ}\text{C}) \end{aligned}$$

Sijoitetaan  $x = 102$ .

Herken ruumiinlämpötila oli  $38,9$   $^{\circ}\text{C}$ .

**c)** Fahrenheit- ja celsiusasteikon lukemat ovat samat, kun  $x = y$ .

$$\begin{aligned} y &= \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} \\ x &= \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} \\ x &= -40 \end{aligned}$$

Sijoitetaan  $y = x$ .

Ratkaistaan CAS-laskimella.

Asteikot näyttävät samaa lukemaa, kun lämpötila on  $-40$   $^{\circ}\text{F} = -40$   $^{\circ}\text{C}$ .

### Vastaus

**a)**  $y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$

**b)**  $38,9$   $^{\circ}\text{C}$

**c)**  $-40$   $^{\circ}\text{F} = -40$   $^{\circ}\text{C}$

## 6.19

- a) Merkitään ikää vuosina kirjaimella  $x$  ja keskipituutta senttimetreinä kirjaimella  $y$ . Suureen  $y$  riippuvuutta suureesta  $x$  kuvaa suora.

Annetuista tiedoista saadaan kaksi koordinaatiston pistettä.

Ikä $x$ (v)	Keskipituus $y$ (cm)	$(x, y)$
4	103	$(4, 103)$
13	157	$(13, 157)$

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{157 - 103}{13 - 4} = \frac{54}{9} = 6$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Suora kulkee pisteen  $(4, 103)$  kautta ja sen kulmakerroin on 6. Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 103 = 6(x - 4)$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja  $y$

CAS-laskimella.

$$y = 6x + 79$$

Yhtälö on  $y = 6x + 79$ .

**b)** Lasketaan  $y$ , kun  $x = 7$  (v).

$$\begin{aligned}y &= 6x + 79 \\&= 6 \cdot 7 + 79 \\&= 121 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Sijoitetaan  $x = 7$ .

7 vuotta täyttävän tytön keskipituus on siis 121 cm.

Lasketaan  $y$ , kun  $x = 10$  (v).

$$\begin{aligned}y &= 6x + 79 \\&= 6 \cdot 10 + 79 \\&= 139 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Sijoitetaan  $x = 10$ .

10 vuotta täyttävän tytön keskipituus on siis 139 cm.

**c)** Ratkaistaan  $x$ , kun  $y = 150$  (cm).

$$\begin{aligned}y &= 6x + 79 \\150 &= 6x + 79 \\x &\approx 11,83 \text{ (v)}\end{aligned}$$

Sijoitetaan  $y = 150$ .

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$11,83v = 11 \text{ v} + 0,83 \cdot 12 \text{ kk} \approx 11 \text{ v} + 10 \text{ kk}$$

11 vuotta 10 kuukautta vanhojen tyttöjen keskipituus on 150 cm.

**d)** Lasketaan  $y$ , kun  $x = 0$  (v).

$$\begin{aligned}y &= 6x + 79 \\&= 6 \cdot 0 + 79 \\&= 79 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Sijoitetaan  $x = 0$ .

Tyttöjen keskimääräinen syntymäpituus olisi siis 79 cm.

Lasketaan  $y$ , kun  $x = 19$  (v).

$$\begin{aligned}y &= 6x + 79 \\&= 6 \cdot 19 + 79 \\&= 193 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Sijoitetaan  $x = 19$ .

19 vuotta täyttävien tyttöjen keskipituus olisi siis 193 cm.

Tulokset eivät ole mielekkäitä.

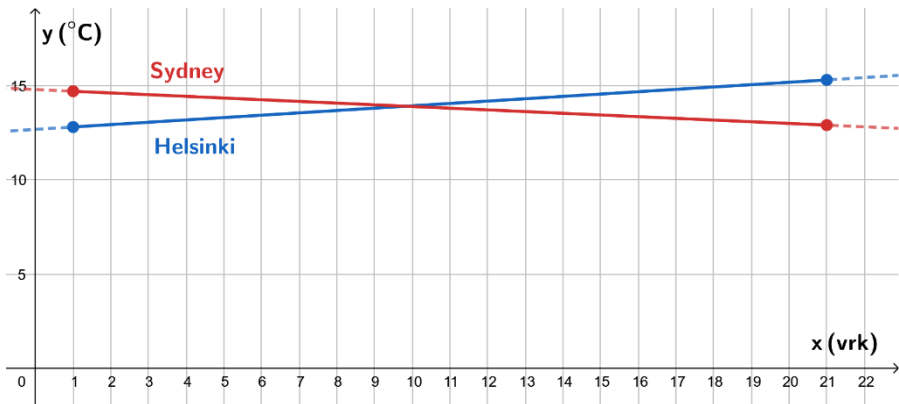
Kuvaajan mukaan keskimääräinen syntymäpituus on 50 cm ja 19 vuotiaiden keskipituus 167 cm.

Keskipituuden kasvu on lineaarista (suoraviivaista) vain 4 ja 13 ikävuoden välillä.

### **Vastaus**

- a)**  $y = 6x + 79$
  - b)** 121 cm ja 139 cm
  - c)** 11 vuotta ja 10 kuukautta
  - d)** 79 cm ja 193 cm
- Vastaukset eivät ole mielekkäitä.

## 6.20



Merkitään kirjaimella  $x$  päivän järjestysnumeroa kesäkuun 1. päivästä alkaen ja kirjaimella  $y$  keskilämpötilaa ( $^{\circ}\text{C}$ ).

Oletetaan lämpötilojen muuttuvan lineaarisesti (suoraviivaisesti).

Annetuista tiedoista saadaan molemmille suorille kaksi koordinaatiston pistettä.

Helsinki:

(1; 12,8)

Keskilämpötila 1. päivänä oli  $12,8^{\circ}\text{C}$ .

(21; 15,3)

Keskilämpötila 21. päivänä oli  $15,3^{\circ}\text{C}$ .

Sydney:

(1; 14,7)

Keskilämpötila 1. päivänä oli  $14,7^{\circ}\text{C}$ .

(21; 12,9)

Keskilämpötila 21. päivänä oli  $12,9^{\circ}\text{C}$ .

Lasketaan suorien kulmakertoimet.

$$k_H = \frac{15,3 - 12,8}{21 - 1} = 0,125$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$k_S = \frac{12,9 - 14,7}{21 - 1} = -0,09$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Muodostetaan suorien yhtälöt.

Helsingin keskilämpötilaa kuvaava suora kulkee pisteen (1; 12,8) kautta ja sen kulmakerroin on 0,125. Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 12,8 = 0,125(x - 1)$$

$$y = 0,125x + 12,675$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja  $y$

CAS-laskimella.

Pidetään tarkka arvo.

Sydneyyn keskilämpötilaa kuvaava suora kulkee pisteen (1; 14,7) kautta ja sen kulmakerroin on -0,09. Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y - 14,7 = -0,09(x - 1)$$

$$y = -0,09x + 14,79$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Ratkaistaan muuttuja  $y$

CAS-laskimella.

Pidetään tarkka arvo.

Helsingissä ja Sydneyssä on yhtä lämmintä suorien leikkauskohdassa. Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan  $x$  ja  $y$ .

$$\begin{cases} y = 0,125x + 12,675 \\ y = -0,09x + 14,79 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 9,8 \text{ ja } y \approx 13,9$$

Helsingissä ja Sydneyssä on yhtä lämmintä kesäkuun 10. päivänä.

## Vastaus

10. kesäkuuta